

OPTIMASI PORTOFOLIO DENGAN *MODIFIED RISK MEASURE* MEMPERTIMBANGKAN BATASAN KARDINALITAS DAN BOBOT SAHAM

Andita Nirmala ^{(1)*}, Agus Darmawan ^{(1)*}, M.K. Herliansyah ^{(1)*}

⁽¹⁾Departemen Teknik Mesin dan Industri, Fakultas Teknik, Universitas Gadjah Mada
Grafika No.2, Senolowo, Sinduadi, Mlati, Sleman Regency, Special Region of Yogyakarta 55284
e-mail : andita.nirmala@mail.ugm.ac.id^{(1)*}

Abstract

Modified risk measure model is a portfolio optimization model using return scenario based on the forecasting error. This model is a basic model that has not taken the real investment conditions made by investors, such as cardinality and threshold constraints. Therefore, it is necessary to develop a modified risk measure model to be more representative to investment situation and compare the performance between the basic model and the proposed model in optimization. Portfolio optimization will be applied to LQ45 stock list from April-November 2019. Optimization begins by forming 100 scenarios based on error prediction results for each stock with Moving Average methods. Portfolios will be formed at several levels of risk (15%, 20%, 25%, and 30%) to see the impact of limitations on risk and model performance based on the expected return. Optimization using new model tends to reduce the model's performance, but this model reflects the real situation faced by investors.

Keywords : modified risk measure model, cardinality, threshold constraint

Model modified risk measure merupakan salah satu model optimasi portofolio menggunakan skenario return berdasarkan error hasil prediksi. Sayangnya, model ini merupakan model yang belum mempertimbangkan keadaan investasi nyata yang dilakukan oleh investor, seperti batasan kardinalitas, dan batasan bobot saham. Oleh karena itu, perlu dilakukan pengembangan model modified risk measure agar lebih representatif terhadap keadaan investasi dan membandingkan performa antara model dasar dengan model usulan. Optimasi portofolio diterapkan pada saham yang termasuk dalam daftar LQ45 Bursa Efek Indonesia Februari 2019 untuk periode bulan April-November 2019. Optimasi diawali dengan membentuk 100 skenario berdasarkan error hasil prediksi return untuk masing-masing saham. Optimasi dilakukan menggunakan CPLEX Optimizer untuk penyelesaian model linear. Portofolio akan dibentuk pada beberapa tingkatan risiko, yaitu 15%, 20%, 25% dan 30% untuk melihat dampak adanya batasan tambahan terhadap risiko optimasi menggunakan model modified risk measure. Hasilnya adalah optimasi model dengan batasan tambahan cenderung menurunkan performa model, tetapi di sisi lain, portofolio menjadi lebih efisien dan representatif terhadap keadaan investasi.

Kata Kunci : model modified risk measure, kardinalitas, batas bobot saham

1. PENDAHULUAN

Investasi saham diminati karena menawarkan keuntungan yang menarik, tetapi memiliki risiko. Salah satu cara mengurangi risiko investasi saham adalah membuat kombinasi investasi dalam suatu portofolio, atau disebut diversifikasi. Portofolio adalah kumpulan dari beberapa saham yang dikombinasikan oleh investor untuk melakukan diversifikasi investasi (Thim et al., 2011). Melakukan investasi dalam bentuk portofolio dinilai dapat mengurangi risiko investasi saham. Salah satu model optimasi portofolio terbaru adalah model linear *modified risk measure* yang dikembangkan oleh Amar et al. (2019). Model ini merupakan model linear *single objective* untuk portofolio menggunakan konsep skenario berbentuk kombinasi *return* dari investasi pada periode tertentu (Amar et al., 2019). Guastaroba (2009) menjelaskan terdapat beberapa metode untuk menyusun skenario *return* investasi, salah satu metode yang umum digunakan adalah penggunaan data historis secara langsung, atau dengan simulasi data historis berdasarkan karakteristik statistik data. Sayangnya, penggunaan data historis secara langsung dalam pembentukan skenario belum tentu

menggambarkan distribusi *return* yang terjadi di masa depan. Amar et al. (2019) kemudian mengembangkan pembentukan skenario *return* berdasarkan *error* empiris hasil prediksi, dengan asumsi bahwa metode prediksi adalah metode yang *reliable* untuk meramalkan *return* dimasa depan. Selain itu, model ini memiliki asumsi yaitu *error pattern* data historis akan kembali terjadi di masa depan. Secara umum, model ini memiliki performa lebih baik daripada model Markowitz yang merupakan model non-linear. Selain itu, model linear ini memiliki kelebihan yaitu lebih representatif dalam menggambarkan keadaan investasi di masa depan. Sayangnya, model tersebut belum mempertimbangkan batasan-batasan yang umum dipertimbangkan oleh investor seperti batasan kardinalitas dan batasan bobot saham.

Beberapa penelitian terdahulu telah mempertimbangkan batasan kardinalitas dan bobot saham dalam pembentukan portofolionya. Penelitian yang mempertimbangkan *kardinalitas* pada model optimasi portofolio linearnya terdapat pada penelitian oleh Siew et al. (2019) sedangkan Mendoca et al. (2020), mempertimbangkan kedua batasan tersebut dalam satu model yang sama. Penelitian berbasis model optimasi non linear dengan mempertimbangkan batasan kardinalitas dilakukan oleh Soleimani et al. (2009) sedangkan Razak et al. (2014) membatasi modelnya dalam batasan bobot saham tertentu. Oleh karena itu, perlu dilakukan pengembangan model *modified risk measure* dengan mempertimbangkan kedua batasan tersebut, dan membandingkan performa model optimasi antara model yang mempertimbangkan kedua batasan dengan model dasar.

Batasan kardinalitas (batasan maksimal atau minimal jumlah saham) dalam suatu portofolio merupakan komponen penting yang umum dipertimbangkan oleh investor. Setiawan dan Rosadi (2019) menyebutkan investasi pada 10 aset akan mengurangi biaya sebesar 25% dibandingkan investasi aset tunggal, tetapi diversifikasi pada beragam saham cenderung kurang praktis karena investor harus mengamati beberapa harga saham secara bersamaan. Fama (1976) dalam Setiawan dan Rosadi (2019) menunjukkan bahwa suatu portofolio yang tersusun lebih dari 20 aset tidak akan menurunkan risiko portofolio. Berdasarkan kajian diatas, membatasi jumlah saham dalam suatu portofolio dinilai perlu dilakukan. Model matematis dari pembatasan jumlah saham digambarkan pada Persamaan 1 sebagai berikut.

$$\sum_{i=1}^n z_i \leq k \quad (1)$$

dengan z_i adalah jumlah saham i pada portofolio dan k adalah konstanta yang melambangkan jumlah saham maksimal dalam suatu portofolio. Persamaan ini menandakan bahwa jumlah saham maksimal dapat sejumlah nilai k , atau lebih kecil dari nilai k . Amar et al. (2019) menyatakan bahwa pembentukan portofolio dalam jumlah yang sangat sedikit umumnya tidak disukai oleh investor karena adanya potensi kerugian yang tinggi. Portofolio pada sembilan jenis saham memiliki *return* yang lebih tinggi daripada investasi pada dua jenis saham. Oleh karena itu, perlu memiliki batasan bawah jumlah saham, supaya portofolio yang dihasilkan tidak terdiri dari sedikit saham saja. Setiawan dan Rosadi (2019) menyatakan bahwa jika menghendaki batas atas dan batas bawah jumlah saham, maka model matematis dari Persamaan 2 yang digunakan dapat berbentuk sebagai berikut.

$$b \leq \sum_{i=1}^n z_i \leq k \quad (2)$$

dengan b merupakan batasan minimal jumlah saham, dan k merupakan batasan maksimal jumlah saham dalam portofolio.

Batasan kardinalitas dinilai tidak dapat menjamin terjadinya diversifikasi. Suatu portofolio yang tersusun oleh sejumlah k saham dapat pula didominasi oleh satu atau dua saham dengan proporsi besar, sedangkan saham lainnya mendapatkan proporsi yang lebih kecil. Untuk menjamin adanya diversifikasi dalam

portofolio, bobot masing-masing saham dibatasi dengan model matematis pada Persamaan 3 menurut Mansini (2015) sebagai berikut.

$$l_i \leq x_i \leq u_i \quad (3)$$

dengan l_i adalah batas bobot minimal saham dan u_i adalah batas bobot maksimal jumlah saham, dan x_i adalah bobot saham ke- i yang diinvestasikan.

2. METODE PENELITIAN

Model menggunakan data saham yang termasuk dalam list LQ45 Februari 2019. Saham ini merupakan 45 saham yang memiliki likuiditas dan kapitalisasi pasar tertinggi dalam Bursa Saham Indonesia (BEI). Saham ini memiliki data historis lengkap yang memudahkan proses prediksi. Selain itu, perusahaan yang masuk dalam daftar LQ45 memiliki aspek fundamental yang baik cenderung tetap dari waktu ke waktu. Data *adjusted price* dari saham mulai Maret-November 2019 didapatkan dari situs *yahoofinance.com* kemudian dihitung *return/keuntungannya* dengan Persamaan 4 berikut ini.

$$Return = \frac{P_a - P_{a-1}}{P_{a-1}} \times 100\% \quad (4)$$

Kode Saham dan nama perusahaan yang termasuk dalam list saham LQ45 bulan Februari 2019 disajikan pada Tabel 1 berikut.

Tabel 1. Saham yang masuk ke dalam LQ45 Februari 2019

Kode Saham	Nama Perusahaan
ADHI	Adhi Karya (Persero) Tbk
ADRO	Adaro Energy Tbk
AKRA	AKR Corporindo Tbk
ANTM	Aneka Tambang Tbk
ASII	Astra International Tbk
BBCA	Bank Central Asia (Persero) Tbk
BBNI	Bank Negara Indonesia (Persero) Tbk
BBRI	Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk
BBTN	Bank Tabungan Negara (Persero) Tbk
BMRI	Bank Mandiri (Persero) Tbk
BRPT	Barito Pacific Tbk
BSDE	Bumi Serpong Damai
CPIN	Charoen Phokphand Indonesia Tbk
ELSA	Elnusa Tbk
ERAA	Erajaya Swasembada Tbk
EXCL	XL Axiata Tbk
GGRM	Gudang Garam Tbk
HMSP	H.M. Sampoerna Tbk
ICBP	Indofood CBP Sukses Makmur Tbk
INCO	Vale Indonesia Tbk
INDF	Indofood Sukses Makmur Tbk

INDY	Indocement Tunggul Prakarsa Tbk
INKP	Indika Energy Tbk
INTP	Indah Kiat Pulp & Paper
ITMG	Jasa Marga Persero Tbk
JSMR	Kalbe Farma Tbk
KLBF	Matahari Departement Store Tbk

Sumber: Bursa Efek Indonesia (2019)

Tabel 2. Saham yang masuk ke dalam LQ45 Februari 2019

Kode Saham	Nama Perusahaan
LPPF	Medco Energi Internasional Tbk
MEDC	Media Nusantara Citra Tbk
MNCN	Perusahaan Gas Negara Tbk
PGAS	Bukit Asam Tbk
PTBA	PP (Persero) Tbk
PTPP	Pakuwon Jati Tbk
PWON	Indo Tambangsaya Megah Tbk
SCMA	Surya Citra Media Tbk
SMGR	Semen Indonesia (Persero) Tbk
SRIL	Sri Rejeki Isman Tbk
TKIM	Pabrik Kertas Tiwi Kimia Tbk
TLKM	Telekomunikasi Indonesia Tbk
TPIA	Chandra Asri Petrochemical Tbk
UNTR	United Tractors Tbk
UNVR	Unilever Indonesia Tbk
WIKA	Wijaya Karya (Persero) Tbk
WSBP	Waskita Beton Precast Tbk
WSKT	Waskita Karya (Persero) Tbk

Sumber: Bursa Efek Indonesia (2019).

Setelah mendapatkan nilai *return*, maka kemudian dilakukan prediksi menggunakan Moving Average (MA) berbasis data 30 periode sebelumnya seperti yang dilakukan pada penelitian Amar et al. (2019). Selanjutnya *error return* hasil prediksi dihitung dari masing-masing saham dengan Pers 5.

$$Error = return\ aktual - return\ prediksi \quad (5)$$

Berdasarkan dari nilai *error* hasil prediksi tersebut, dibuat skenario sejumlah 100 skenario seperti yang dilakukan pada penelitian Amar et al. (2019). Contoh metode penyusunan berdasarkan *return error* penelitian Amar et al. (2019) disajikan pada Tabel 3.

Misalnya, hasil prediksi harga saham menghasilkan *return* prediksi dari periode 6 untuk suatu saham sebesar 1, 50. Skenario *error* pada periode ke-6 dibangun berdasarkan *error* periode sebelumnya. Bila akan dibuat 5 skenario, maka digunakan 5 pola data dari 5 periode sebelumnya. Pola *error* pada periode ke-1 akan digunakan untuk penyesuaian *error* pada periode ke-6 pada skenario ke-1, begitu seterusnya untuk skenario berikutnya. Kemudian dari skenario tersebut didapatkan perkiraan nilai *return* aktual sebesar nilai hasil prediksi pada period ke-6 ditambahkan nilai *error* skenario.

Tabel 3 Contoh Hasil Prediksi dan Skenario Suatu Saham

Periode	Prediksi			Skenario		
	Prediksi (%)	Aktual (%)	Error (%)	Prediksi (%)	Error (%)	Return aktual* (%)
1	1,00	1,20	0,20	1,5	0,20	1,70
2	1,40	1,70	0,30	1,5	0,30	1,80
3	1,70	0,50	-1,20	1,5	-1,20	0,30
4	0,50	0,00	-0,50	1,5	-0,50	1,00
5	-0,80	0,00	0,80	1,5	0,80	2,30
6	1,50					

*: Nilai *return* aktual hasil skenario

Sumber : Amar et al. (2019).

Model dasar *modified risk measure* yang dibangun oleh Amar et al. (2019) termasuk dalam model Mixed Integer Linear Programming (MILP) karena terdiri dari 2 variabel keputusan, yaitu bilangan pecahan/kontinyu dan bilangan biner. Proporsi dari saham ke-*i* untuk suatu portofolio dilambangkan dengan x_i yang merupakan variabel keputusan berupa pecahan. F_i adalah nilai *return* hasil prediksi pada saham ke-*i*. K adalah jumlah skenario dan R_{ik} ($k=1 \dots K$) adalah *return* aktual dari skenario saham ke-*i* yang mana nilainya didapatkan dari perjumlahan F_i dengan *error* prediksi period ke-*k*. E adalah *expected return* dari portofolio dan R_i adalah *expected return* dari saham ke-*i* pada periode perencanaan yang didapatkan dari hasil perhitungan *expected return* berdasarkan prediksi harga saham pada periode tersebut. T adalah nilai batasan *return* minimal dan P adalah peluang *return* akan berada dibawah nilai batasan *return* minimal. Nilai P dan T sebagai parameter menggunakan nilai yang sama dengan yang digunakan oleh Amar et al. (2019) dalam penelitiannya sebesar 20% dan 0%. Variabel y_k adalah variabel keputusan *dummy* yang akan bernilai 1 jika skenario ke-*k* memiliki nilai *return* dibawah nilai minimum *return/threshold*. dan akan bernilai 0 jika keadaan sebaliknya. Berikut ini model dasar *modified risk measure* pada Persamaan 5-11.

$$\text{Max } E = \sum_{i=1}^I F_i \cdot x_i \quad (5)$$

Subject to

$$\sum_{i=1}^I R_{ik} \cdot x_i + M \cdot y_k \geq T \quad \forall k = 1 \dots K \quad (6)$$

$$\sum_{k=1}^K y_k \leq P \cdot K \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^I x_i \leq 1 \quad (8)$$

$$y_k = 0 \text{ or } 1, \quad \forall k = 1 \dots K \quad (9)$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall k = 1 \dots I \quad (10)$$

Fungsi tujuan model diatas adalah memaksimalkan nilai *expected return* dari portofolio seperti pada Persamaan 5. Persamaan 6 adalah konstrain dengan M sebagai *big number* atau nilai yang lebih besar dari *return* yang mungkin. Nilai ini akan memaksa y_k untuk bernilai 1 jika *return* pada skenario ke-*k* bernilai dibawah nilai *threshold* (T) dan akan bernilai 0 jika keadaan sebaliknya. Konstrain pada Persamaan 7 akan meyakinkan bahwa total dari nilai variabel keputusan y_k kurang dari atau sama dengan P dikali K , yang berarti bahwa probabilitas skenario memiliki *return* dibawah nilai *threshold* maksimal sejumlah probabilitas skenario merugi yang diinginkan investor. Konstrain pada Persamaan 8 merupakan konstrain yang

menyatakan bahwa jumlah total bobot saham terpilih dalam portofolio kurang dari atau sama dengan 100%. Konstrain pada Persamaan 9 merupakan variabel biner y_k , dan Persamaan 10 menunjukkan menandakan tidak adanya *short selling* dalam pembentukan portofolio. Model kemudian akan dikembangkan dengan pertimbangan batasan kardinalitas dan batasan bobot dengan nama khusus seperti pada Tabel 4.

Verifikasi model dilakukan dengan melakukan pengecekan penulisan model matematis dan penulisan bahasa pemrograman dalam CPLEX. Verifikasi dilakukan sampai model yang akan diselesaikan dalam bahasa pemrograman CPLEX berjalan. Validasi dilakukan secara manual dengan meninjau apakah hasil portofolio sesuai dengan konstrain yang dipertimbangkan. Optimasi portofolio kemudian dilakukan menggunakan optimasi yang telah dibangun, kemudian dilakukan perbandingan kedua model. Model yang dibangun ini kemudian diberi nama untuk mempermudah penulisan model selanjutnya. Nama model ini ditampilkan pada Tabel 4.

Tabel 4. Nama Singkat Model

No	Nama Model	Keterangan
1	Model dasar	<i>Model modified risk measure</i> dasar
2	Model usulan 1	<i>Model modified risk measure</i> dengan tambahan batasan kardinalitas
3	Model usulan 2	<i>Model modified risk measure</i> dengan tambahan batasan kardinalitas dan batasan bobot saham

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Model matematis usulan mempertimbangkan tiga keadaan yaitu batasan kardinalitas, batasan bobot masing-masing saham dan batasan jumlah sektor tertentu dalam suatu portofolio. Model ini akan membuat ketiga keadaan tersebut menjadi konstrain yang membatasi fungsi tujuan. Model ini memiliki jenis yang sama dengan model dasar, yaitu model MILP. Model ini terdiri dari 3 variabel keputusan, yaitu 1 variabel keputusan pecahan/kontinyu dan 2 variabel keputusan biner. Saham dilambangkan dengan i dan x_i ($i=1, \dots, I$) adalah proporsi dari saham ke- i dari portofolio yang merupakan variabel keputusan. F_i adalah nilai *return* dari hasil prediksi pada saham ke- i . K adalah jumlah skenario dan R_{ik} ($k=1 \dots K$) adalah *return* aktual dari skenario saham ke- i yang mana nilainya didapatkan dari perjumlahan F_i dengan *error* prediksi period ke- k . E adalah *expected return* dari portofolio dan R_i adalah *expected return* dari saham ke- i pada periode perencanaan yang didapatkan dari hasil perhitungan *expected return* berdasarkan prediksi harga saham pada periode tersebut. T adalah nilai batasan *return* dan P adalah peluang skenario *return* akan berada dibawah nilai T . Variabel y_k adalah variabel keputusan *dummy* yang akan bernilai 1 jika skenario ke- k memiliki nilai *return* dibawah batas nilai *return* dan akan bernilai 0 jika keadaan sebaliknya. Z_i merupakan variabel keputusan biner yang akan bernilai 1 jika saham ke- i terpilih dalam portofolio, dan akan bernilai 0 jika keadaan sebaliknya. Nilai m adalah konstanta yang melambangkan jumlah maksimal saham dalam portofolio yang dibentuk, sedangkan u_i dan l_i adalah batas atas dan bawah bobot saham ke- i . S_j ($j=1, \dots, J$) adalah sektor dari saham yang akan dipertimbangkan dalam portofolio.

Model usulan yang telah dibangun ditunjukkan dalam Persamaan 11 sampai 19 berikut ini, dengan tambahan konstrain pada Persamaan 14-Persamaan16 dan Persamaan 19. Fungsi tujuan model diatas adalah memaksimalkan nilai *expected return* dari portofolio seperti pada Persamaan 11. Persamaan 12 dengan M sebagai *big number* atau nilai yang lebih besar dari *return* yang mungkin. Nilai ini akan memaksa y_k untuk bernilai 1 jika *return* pada skenario ke- k bernilai diatas nilai *threshold* T dan akan bernilai 0 jika keadaan sebaliknya. Persamaan ini meyakinkan bahwa nilai *return* saham ke- i dalam skenario ke- k tidak memiliki nilai *return* yang negatif, memastikan bahwa portofolio yang dihasilkan akan menguntungkan. Persamaan 13 akan meyakinkan bahwa total dari nilai y_k kurang dari atau sama dengan P yang berarti bahwa probabilitas skenario memiliki *return* dibawah nilai *threshold* kurang dari atau sama dengan probabilitas jumlah skenario merugi yang diinginkan. Persamaan 14 merupakan batasan kardinalitas yang menyatakan total nilai z_i berada diantara nilai m dan b . Nilai m adalah jumlah maksimal saham terpilih dalam suatu portofolio maksimal, sedangkan b adalah jumlah minimum saham terpilih dalam suatu portofolio. Persamaan 15 dengan nilai M sebagai *big number* akan memaksa nilai z_i bernilai 1 jika saham

ke-i memiliki bobot lebih dari 0, dan akan bernilai 0 jika keadaan terjadi sebaliknya, sehingga memastikan saham yang memiliki bobot masuk dalam pertimbangan z_i . Persamaan 16 merupakan batasan bobot saham ke-i dalam suatu portofolio. Bobot saham ke-i dalam portofolio harus berada batas bobot maksimal (u_i) dan bobot minimal (l_i). Persamaan 17 menyatakan bahwa bobot total untuk seluruh saham dalam portofolio kurang dari atau sama dengan satu. Persamaan ini memberikan kebebasan kepada model untuk model tidak perlu mengalokasikan 100% modal jika keadaan tidak menguntungkan. Persamaan 18 dan 19 melambangkan variabel biner keputusan untuk skenario (y_k) dan untuk jumlah saham dalam suatu portofolio (z_i).

$$Max E = \sum_{i=1}^I F_i \cdot x_i \quad (11)$$

Subject to

$$\sum_{i=1}^I R_{ik} \cdot x_i + M \cdot y_k \geq T \quad \forall k = 1 \dots K \quad (12)$$

$$\sum_{k=1}^K y_k \leq P \cdot K \quad (13)$$

$$b \leq \sum_{i=1}^I z_i \leq m \quad (14)$$

$$z_i \cdot M - x_i \geq 0 \quad \forall i = 1 \dots I \quad (15)$$

$$l_i \leq x_i \leq u_i \quad \forall i = 1 \dots I \quad (16)$$

$$\sum_{i=1}^I x_i \leq 1 \quad (17)$$

$$y_k = 0 \text{ or } 1, \quad \forall k = 1 \dots K \quad (18)$$

$$z_i = 0 \text{ or } 1, \quad \forall i = 1 \dots I \quad (19)$$

Persamaan 13 mewakili nilai risiko yang ingin diambil oleh investor, mengingat dalam model ini fungsi tujuan memaksimalkan *return* dengan batas risiko rugi pada skala tertentu. Persamaan 14 mewakili berapa persen peluang terjadinya skenario yang rugi yang dilambangkan dari nilai P. Nilai *threshold* (T) mewakili cara berpikir investor yang ingin memiliki nilai *return* minimal sebesar 0.

Perbandingan perfoma model akan dilakukan pada masing-masing model usulan dengan model dasar. Perbandingan performa akan dilakukan dalam 1 periode prediksi. Parameter yang digunakan adalah $m=20$ sedangkan $b = 5$. Parameter u_i yang digunakan sebesar 25% Parameter m sama dengan parameter pada penelitian Corazza et al. (2012). Parameter l_i didapatkan dari penelitian Mendonca et al. (2020) dengan nilai sebesar 1%. Nilai parameter T dan P menggunakan parameter yang digunakan pada penelitian Amar et al. (2019) sebesar 0 dan 20%. Kombinasi parameter yang digunakan untuk penelitian ini dapat ditinjau pada Tabel 5.

Tabel 5. Kombinasi Parameter Penelitian

Parameter	Nilai
Batas maksimal jumlah saham (m)	[20,15,10]
Batas minimal jumlah saham (b)	[0,5]
Batas bobot maksimal (u_i)	[20%;25%;30%]
Batas bobot minimal (l_i)	[1%;2,5%;5%]

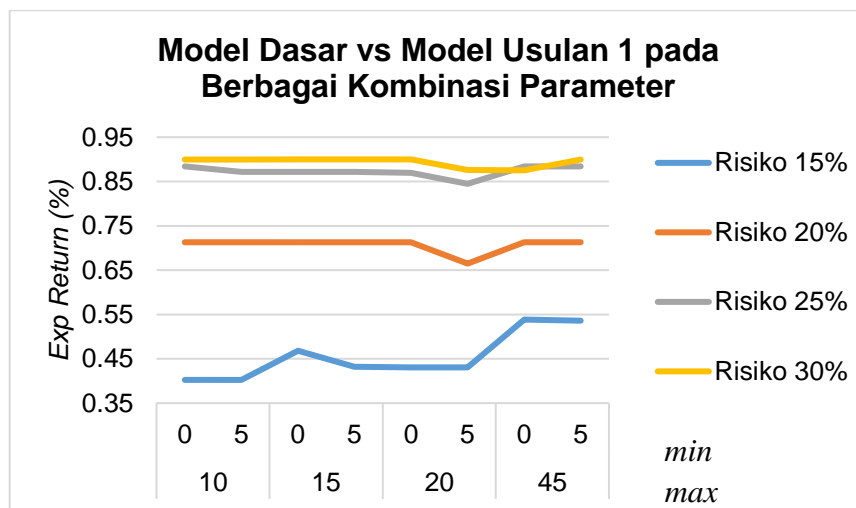
Nilai minimum <i>return</i> (T)	0
Tingkat Risiko (P)	[15%;20%;25%;30%]

Model usulan 1 divalidasi kesesuaian hasil portofolio yang terbentuk dengan batasan. Tabel 6 adalah daftar portofolio yang terbentuk sesuai dengan nilai $m=15$ dan $b=5$. Berdasarkan Tabel 6 diketahui bahwa pada tingkat risiko 20% portofolio tersusun dari 8 saham. Oleh karena portofolio yang terbentuk sudah sesuai dengan batasan yang diberikan, maka model usulan 1 dapat dikatakan valid.

Tabel 6. Portofolio dari Model dengan Batasan Kardinalitas

Nama Saham	Bobot (%)
BBTN	11,8%
BMRI	6,73%
CPIN	22,28%
INCO	2,42%
INKP	18,84%
LPPF	8,69%
MNCN	4,95%
TPIA	28,28%

Nilai *expected return* pada tingkat risiko 15% cenderung naik seiring semakin longgarnya batasan yang diberikan, dan mencapai titik terendah pada batasan $m=10$ dan $b=5$. Model dasar memiliki nilai *expected return* lebih tinggi dibandingkan *expected return* pada tingkat risiko 15 dan 20% dan 25%, tetapi pada tingkat risiko 20 dan 25% untuk batasan $m=10$ dan $m=5$ dan $m=45$ dan $b=5$, memiliki nilai *expected return* yang lebih baik dibandingkan pada model dasar. Performa model usulan 1 lebih baik daripada model dasar pada tingkat risiko 30%, dengan nilai *expected return* model dasar y memiliki nilai *expected return* terendah.



Gambar 1. Model Dasar vs Model Usulan 1 pada Berbagai Kombinasi Parameter

Performa model usulan 1 pada tingkat risiko 20% dan 25% yang cenderung stabil dapat disebabkan jumlah saham pada portofolio yang terbentuk dari model dasar tidak jauh berbeda dengan pada model usulan 1, seperti yang ditampilkan pada Tabel 8 Sebagai contoh, pada tingkat risiko 20% hampir pada semua kombinasi parameter, portofolio terdiri dari 8 saham. Jumlah yang tidak terlalu jauh ini membuat batasan-batasan kardinalitas tidak terlalu memberikan dampak terhadap nilai *expected return*, sehingga nilainya stabil.

Berdasarkan pemaparan tersebut dapat disimpulkan bahwa portofolio yang terbentuk pada model usulan 1 akan lebih menguntungkan jika digunakan pada tingkat risiko yang tinggi. Hal ini sejalan dengan penelitian Mendoca et al. (2020) yang menyatakan bahwa portofolio yang terbentuk dari sedikit saham memiliki performa lebih baik dibandingkan portofolio yang tersusun dari lebih banyak jenis saham, terutama pada tingkat risiko yang lebih tinggi. Tetapi penelitian Mendoca et al. (2020) juga mengemukakan bahwa portofolio yang jumlah sahamnya lebih banyak cenderung memiliki nilai *expected return* lebih baik disebabkan oleh adanya pembagian risiko yang merata pada saham yang dihasilkan sesuai dengan konsep Markowitz yaitu diversifikasi saham cenderung menurunkan risiko. Sisi positif dari pembatasan kardinalitas ini adalah portofolio dengan jumlah yang sedikit lebih mudah dipantau untuk pengambilan keputusan selanjutnya terutama jika investor berani mengambil risiko kerugian yang tinggi.

Tabel 8. Kuantifikasi Jumlah Saham pada Portofolio di Tingkat Risiko 20%

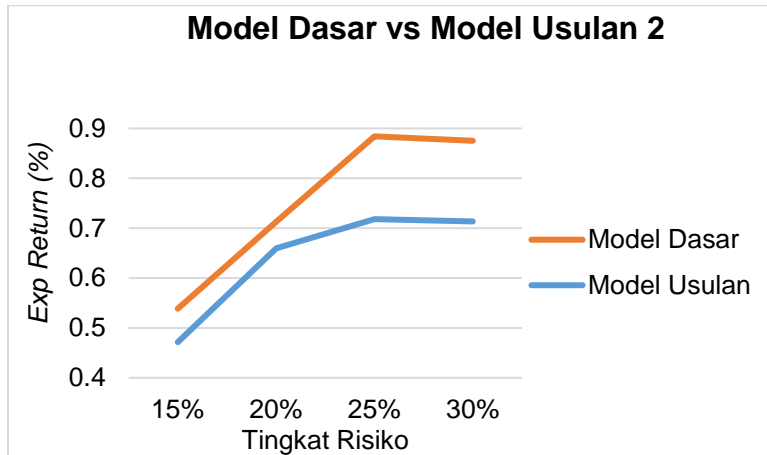
m	b	Jumlah Saham dalam Portofolio
45	0	8
10	0	8
10	5	8
15	0	8
15	5	8
20	0	8
20	5	11

Model usulan 2 divalidasi dari hasil portofolio sesuai dengan batasan yang diberikan atau belum. Tabel 10 berikut adalah portofolio yang terbentuk sesuai dengan batasan $m=10$ dan $b=5$ dan $u_i=20\%$ dan $l_i=1\%$. Berdasarkan Tabel 5.10 diketahui bahwa pada tingkat risiko 20% portofolio terbentuk dari 8 saham dengan $u_i = 20\%$ dan $l_i = 1\%$. Oleh karena portofolio yang terbentuk sudah sesuai dengan batasan yang diberikan, maka model dapat dikatakan valid.

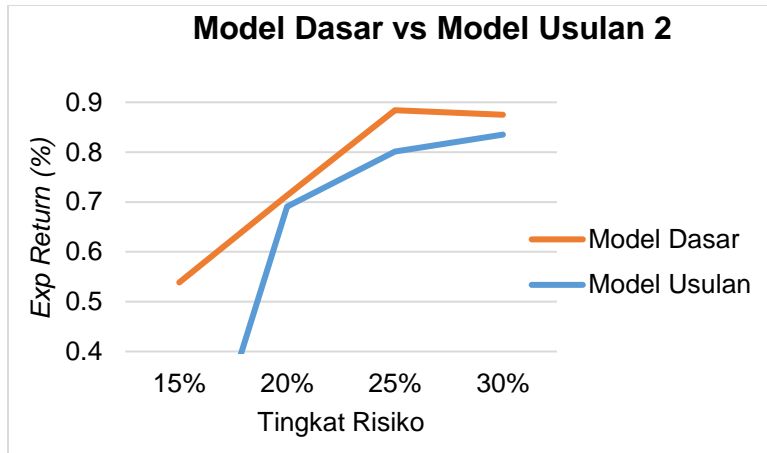
Tabel 10. Portofolio dari Model Usulan 2

Nama Saham	Bobot (%)
ADRO	9,86
BBTN	2,45
BMRI	20
CPIN	20
INDF	1
INKP	13,84
LPPF	12,85
TPIA	20

Model usulan 2 kemudian diplotkan untuk mengetahui pengaruh kedua batasan terhadap performa model optimasi. Perbandingan pertama diambil dari salah satu parameter yaitu $m=10$ dan $b=5$ dan $u_i=20\%$ dan $l_i=1\%$. Contoh ini diambil pada batasan yang paling ketat untuk kedua batasan, supaya pengaruh kedua batasan terhadap model terlihat. Hasil perbandingan model ini ditampilkan pada Gambar 2. Perbandingan selanjutnya dilakukan pada model dasar dengan usulan 3 dengan parameter yang berbeda untuk batasan bobotnya, yaitu $u_i=30\%$, dan $l_i=5$, dengan nilai m dan b yang sama dengan sebelumnya. Perbandingan ini ditampilkan pada Gambar 3. Secara umum, batasan cenderung menurunkan nilai *expected return*. Semakin ketat batasan, selisih *expected return* model usulan dengan model dasar semakin besar. Tetapi, jika model diberi batasan ketat untuk kardinalitas dan dilonggarkan batasan bobotnya, nilai *expected return* tidak terlalu jauh. Bahkan tingkat risiko 20%, nilai *expected return* model dasar dengan model usulan memiliki nilai yang cukup dekat. Perurunan nilai *expected return* merupakan hal yang wajar seiring dengan penambahan konstrain pada model, tetapi penambahan konstrain ini tidak terlalu membuat nilai *expected return* menjadi menurun drastis.



Gambar 2. Model Dasar vs Model Usulan 2



Gambar 3. Model Dasar vs Model Usulan 2

Perbandingan dari segi jumlah saham yang terbentuk kemudian dilakukan pada salah satu contoh risiko, misalnya 15%. Portofolio yang terbentuk ini dibatasi pada parameter paling ketat, yaitu $m=10$, $b=5$, $m=10$ dan $b=5$ dan $u_i=20\%$ dan $l_i=1$ yang terbentuk dapat ditinjau pada Tabel 11. Tabel 11 menunjukkan bahwa model usulan memiliki 7 saham dalam portofolio dan model dasar memiliki 14 saham.

Tentunya hal ini menyatakan bahwa model usulan 2 lebih efisien karena terdiri dari sedikit saham, sehingga mudah diamati perubahannya, sesuai dengan pernyataan Setiawan dan Rosadi (2017). Selain itu, dapat dilihat dalam model dasar, terdapat saham yang bobotnya sangat kecil, sehingga model dasar belum menjamin adanya diversifikasi seperti yang dikemukakan Mansini et al. (2015), dan lebih mudah mengalokasikan dana pada model usulan yang memiliki bobot lebih merata. Sehingga, pada tingkat risiko rugi yang rendah, meskipun nilai *expected return* tidak sebaik model dasar, portofolio yang dihasilkan model usulan lebih disukai oleh investor.

Tabel 11. Portofolio dari Model Usulan 2 pada Tingkat Risiko 15%

Portofolio Tingkat Risiko 15%			
Model Usulan 2		Model Dasar	
BBCA	13,31%	ASII	3,19%
CPIN	15,95%	BBCA	36,15%
ERAA	1,00%	BBRI	0,50%
INDF	11,98%	BBTN	3,63%
INTP	1,58%	BMRI	2,49%
LPPF	14,41%	CPIN	23,11%
MNCN	15,11%	EXCL	9,92%
		GGRM	2,10%
		INCO	0,25%
		INDF	5,29%
		INKP	0,03%
		LPPF	0,25%
		MNCN	7,02%
		TPIA	5,93%

KESIMPULAN

Berdasarkan pemaparan diatas diketahui bahwa secara umum penambahan batasan menurunkan nilai *expected return* dari model. Meskipun begitu, baik dari batasan kardinalitas maupun kombinasi kardinalitas dan bobot saham, penurunan tidak terlalu signifikan. Model batasan kardinalitas memiliki nilai *expected return* yang lebih baik dibandingkan model dasar pada tingkat risiko yang tinggi, yaitu 30%. Selain itu, model yang memiliki batasan kardinalitas dan bobot saham sekaligus cenderung menghasilkan portofolio lebih sedikit sehingga pengamatan fluktuasi saham menjadi lebih mudah dipantau. Model lebih terdiversifikasi karena bobot saham tidak terlalu kecil, memudahkan alokasi portofolio dilakukan.

DAFTAR PUSTAKA

- Amar, S., Nur A.M., Muhammad K.H., dan Andi S. 2019. *Portfolio Selection Using Error Empirical Pattern and Modified Risk Measure*. Gadjah Mada University. *Int. Conf. of Science and Techology Conference*.
- Corazza, M., Giovanni F., & Riccardo G. 2012. *Portofolio Selection with an Alternative Measure of Risk : Computational Perfomance of Particle Swarm Optimization and Genetic Algorithm*. Mathematical and Statistical Methods for Actuarial Sciences and Finances, Springer, Italia.
- Guastaroba, G., Mansini, R., & Speranze, M.G. 2009. *On the Effectiveness of Scenario Generation Techniques in Single-Period Portfolio Optimization*. European Journal of Operational Research, 192, pp. 500-511.
- Mansini, R., Ogryczak, W., and Speranza, M.G. 2015. *Linear and Mixed Integer Programming for Portfolio Optimization*, Springer, Switzerland.
- Mendoca, G.H.M., Fernando G.D.C., Rodrigo T.N.C., & Flavio V.C. 2020. *Multi Attribute Decision Making Applied to Financial Portofolio Optimization Problem*. Journal of Expert System with Application no 158.
- Razak, N.B.A., Kamil, K.H., & Elias, S.M. 2014. *Linear Versus Quadratic Portfolio Optimization Model with Transaction Cost*. International Conference on Mathematical Sciences, vol. 3, pp.533-540.

Setiawan, E.P. & Rosadi, D. 2019. *Model Pengoptimuman Portofolio Mean-Variance dan Perkembangan Praktisnya*. Jurnal Optimasi Sistem Industri, 18(1), pp. 25-36.

Siew, L.W., Jaaman, S.H., and Hoe, L.W. 2019. *Mathematical Modelling of Risk in Portfolio Optimization with Mean-Gini Approach*, Journal of Physics: Conference Series, 1212, 012031.

Soleimani, H., Hamid Reza G., Moh. Hossein S. 2009. *Markowitz-Based Portofolio Selecrion with Minimum Transaction Lots, Cardinality Constraints, and Regarding Sector Capitalization using Genetic Algorithm*. Journal of Expert System with Applications, vol. 36, pp 5058-5063.

Thim, C.K., Y. V. Choong, E. Seah & S. H. Han. 2011. *Optimizing Prediction and Construction using Artificial Intelligence*. Int. J. Adv. Comput. Technology, vol. 3, no. 3, pp. 168–175.